

第3学年2組数学科学習指導案

日時 平成26年11月28日(金) 5校時

生徒数19名 男子10名 女子9名

授業者 鈴木克希

1 単元名 「三平方の定理」

2 単元目標

- (1) 具体的な操作を通して三平方の定理を見いだそうとしたり、いろいろな場面で活用しようとしたりする態度を育てる。(関心・意欲・態度)
- (2) 三平方の定理を活用して、事象に潜む関係を見だし、平面や空間における様々な辺の長さを求めることができる。(数学的な見方・考え方)
- (3) 三平方の定理を用いて、辺、対角線、距離、高さなどの確に求めることができる。(技能)
- (4) 三平方の定理やその逆の意味、証明の仕方を理解することができる。(知識・理解)

3 教材について

本単元に関わる既習事項として、小学校では三角形や四角形、直方体など、基本的な図形の面積や体積の求め方を学習している。また、第1学年の「平面図形」において、2点間の距離や点と直線の距離の意味等について確認し、さらに、第3学年の「平方根」「二次方程式」を学習することにより、未知数が二次の場合の方程式を解くことができるようになっていく。それらを踏まえて学習する本単元「三平方の定理」は、その証明の仕方が100通り以上もあるとされていて、中学校3年生の段階で理解できる証明も数多く存在するので、様々な考え方を引き出すことのできる題材である。また、平面や空間における未知の線分の長さを、計算によって機械的に求めることを可能にする有効な定理であり、定理そのものの美しさを実感すると同時に数学のおもしろさや便利さを認識することができる題材と考える。義務教育における図形分野のまとめの意味合いも深い単元であるので、既習事項の確認を随時行いながら、証明の課程で、数学的に考察する力をさらに高めていきたい。

4 生徒について

本校は、中学3年生の数学において、習熟度別の少人数指導を行っている。本来、3年2組は22人編成であるが、3名は基礎基本の習得に重きを置いた指導を行っている。

本時の授業を行う生徒の実態としては、「自分の考えを他に伝えたり教えたりする中で自分の理解を深めたりする力は育ってきたが、他者の考えの良さに気づいたり、別の解法について考えたりする力が不十分である」点が指摘できる。

以下は本単元学習前のレディネステストの結果である。

- ① 図形の学習は好きか はい12人(63%) いいえ7人(37%)

(はいと答えた生徒の理由) ・関数や計算よりも楽しいから ・難しい問題がたくさんあって楽しいから ・作図するのが楽しいから ・答えが出たときにうれしいから

(いいて答えた生徒の理由) ・解法が思い浮かばなくて苦しい ・計算問題の方が楽しいから ・答えにたどり着くまでの過程がいくつもあって、いつ何を使えばいい

のかわからない

この結果から図形の分野に苦手意識を持っている生徒もいるので、既習事項の確認を適宜行って指導していきたい。また、いいえと答えた生徒の中に、「答えにたどり着くまでの過程がいくつもあって、いつ何を使えばいいのかわからない」というものがありました。本時で扱う課題も、図示することで解法が見えてきます。この図で表すという過程を本時でも大切にしたい。

② 面積が 8 cm^2 の正方形の1辺の長さを求めなさい。 正答 14人 (74%)

③ $(a+b)^2$ を展開しなさい。 正答 18人 (95%)

この結果から、式の展開の基礎はほぼ定着しているが、平方根の基礎が定着していない生徒、忘れていた生徒もいるので配慮して授業を進めていくようにしたい。

5 指導にあたって

中学校学習指導要領に「B図形 (3) 観察、操作や実験などの活動を通して、三平方の定理を見いだして理解し、それを用いて考察することができるようにする」とある。また、中学校学習指導要領解説の三平方の定理の活用の中に「大切なことは、三平方の定理を空間でも利用すること、また、解決したい現実の場面を数学の対象とする際に理想化したり単純化したりする経験をすること、それを基に解決に必要な図を自分でかくことなどである。この際、現実の場面を理想化したり単純化したりしたことによって、求めた答えの適用できる範囲に限界が生じることについても理解できるようにする。」とある。本時は、この理想化と単純化するところを大切にしたい。一見すると、三平方の定理を使うことには気付きにくい題材であるが、図をかくことによって、どの長さがわかれば、問題が解けるのかを考えることができる。そのため、本時では、あえてはじめは、求める際に必要になる地球の直径を導入では提示しない。この地球の直径を与えてしまえば、発想のヒントを与えてしまい、生徒の考えの自由を奪うことにつながってしまう。まずは、自力解決に向けて机間指導をしながら取り組ませ、その後教え合い学習に繋げていきたい。

また、考える力を育む教科指導改善研究会中学校数学のテーマ「数学のよさ、楽しさが味わえる学習指導の工夫～生徒の気づき・発想を生かした授業づくり」を受け、まず生徒は地球を限りなく広がる平面と考え、地球は球体であることを無視して三平方の定理を適応しようと考えたと予想される。地球を外側から第三者の視点に立って見て、地球の直径が分かれば三平方の定理を用いて答えが求められることに徐々に迫っていく形で授業を組み立てていきたい。身のまわりにある事象を数学の時間で学習した定理で解決したり、実際に測らなくても答えが導き出せたりすることから、数学のよさや楽しさに気付かせたい。

6 単元の指導と評価の計画 (14時間計画)

時間	学習活動	【評価の観点】評価規準（評価方法）
1 節 三平方の定理（4時間）		
1・2	三平方の定理の導入 直角二等辺三角形，直角三角形の斜辺の長さを求める作業から三平方の定理の証明を行う。	【数学への関心・意欲・態度】 直角三角形の3辺の長さに関心をもち，それらの間に成り立つ関係を見いだしたりその証明にどのような図形の性質や面積の関係が用いられているかを考えたりしようとしている。（授業での挙手発言，レポートの記入状況）
3	三平方の定理を利用して斜辺の長さを求める。	【数学的な技能】 三平方の定理を用いて，直角三角形の辺の長さなどを求めることができる。（記入状況）
4	三平方の定理の逆について理解する。	【数量や図形などについての知識・理解】 三平方の定理の逆の意味を理解している。
2 節 三平方の定理の利用 平面図形への利用（4時間）		
5	特別な直角三角形の3辺の比を求め，それを利用して問題を解く。	【数量や図形などについての知識・理解】 特別な直角三角形の3辺の比の性質について理解している。
6・7	平面図形の円や座標の性質や特徴を生かして問題を解く。	【数学的な技能】 座標平面における2点間の距離や長方形の対角線の長さ，などを求めることができる。（記入状況，教え合い学習の様子）
8	三平方の定理を利用して，数直線上の無理数を表す点の位置を求める方法を考え説明し合う。	【数学的な見方や考え方】 三平方の定理を利用することで問題が解決できることを理解し，説明し合うことができる。
2 節 三平方の定理の利用 空間図形への利用（4時間）		
9	直方体の対角線の長さを3通りの方法で求める。	【数学的な見方や考え方】【数学的な技能】 一つの視点ではなく，様々な角度から直方体の対角線の求め方を考え，求めることができる。（記入状況，教え合い学習の様子）
10・11	正四角錐や円錐などの立体の体積を三平方の定理を利用して求める。	【数学的な見方や考え方】【数学的な技能】 立体の体積を求めるときに，三平方の定理を用いることで高さがわかり，今までは解けなかった問題が解けるようになったことに気づき，求めることができる。（記入状況，教え合い学習の様子）
12 (本時)	高いところからどこまでの範囲を見渡すことができるかを考える。	【数学的な見方や考え方】 与えられた図形の中に直角三角形を見いだしたり，日常生活の場面で対象を理想化や単純化することで直角三角形とみなしたりして，三平方の定理を用いることで図形の性質などを考えることができる。
問題演習		
13・14	教科書の章末問題や，ワークの頻出問題に取り組む。	【数学への関心・意欲・態度】【数学的な技能】 自分の理解を深めようと，問題と真摯に向き合い，わからない問題は自ら積極的に質問し，理解に努めることができる。

7 本時の指導

(1) 目標

高い建物の頂上から見渡せる距離を，対象を理想化・単純化し，三平方の定理や接線の性質を利用して求めたり，考察したりすることができる。(考え方)

(2) 指導過程

学習活動 [○] 主な発問 [・] 期待する反応	[・] 指導上の留意点, [☆] 評価 (方法)
1 本時の課題を把握する。 課題 霞城セントラル(115m)からは、山などの遮断物がないとするとどれくらい遠くまで見渡すことができるか。 ○どれくらい遠くまで見えますか。 ・10km ・どこまでも見える ・視力は？	・霞城セントラルの写真と霞城セントラルからの景色を提示し，イメージしやすいようにする。 ・生徒に答えを予想させ，イメージを持たせる。
2 個で考えた後，生徒同士で交流する。	・①自分で考えたい(青) ②先生に答えの確認や質問をしたい(黄) ③友達と相談したい(桃) 解けたから友だちに教えます(橙)という意思表示が一目でわかるように机上に色分けしたカードを提示する。 ・課題に対して，全く解法が思い浮かばない生徒にはこの問題を図で表すように促し，図形分野と関連付けられるようにする。 ・図が描けた生徒には，この問題を解くのに，どんな情報が必要かを考えさせる。
3 見渡せる距離は，接線の長さであることを全体で確認する。 ○どうして見渡せる距離には限界があるのか。 ※地球の半径は6378kmとする。	・生徒の気づきやつまずきをもとに，全体で確認する。 ・図を書かせ，今何がわかって何がわからないかを全体で把握する。 ・バスケットボールを用いて，見渡せる距離について全体で確認する。 ☆単純化できたかどうか(プリントの記入状況)
4 自分で図を描き，三平方の定理を用いて計算することで答えを求める。	・それでも，適切な図がかけない生徒や納得できない生徒については，観測者と見渡すことができる地点の関係を第三者の立場から図示するように促す。 ・計算が複雑になるので，電卓を使用させる。 ・3の後，時間をかけすぎず，できた生徒に板書させ，類似問題の時間を確保できるようにする。
5 類似問題を解く。 東京スカイツリーの第一展望台(350m)と第二展望台(450m)ではどのくらい見える範囲が違うか。	・学習活動2で使用した色分けカードを利用する。 ・答えが出たら，発表の準備を行わせる。 ・はやくできた生徒には，文字で表したものに代入して計算させ，学習活動6で発表させる。 ・机間巡視を行い，発表する生徒を決めておく。
6 4と5の結果を受け，全体で確認する。	・霞城セントラルと東京スカイツリーからどこまで見えるかを円で表したものを提示し，視覚的に理解が深まるようにする。
7 本時の振り返りを行う	☆三平方の定理を用いて，具体的な事象を捉えることに関心をもち，問題の解決に生かそうとしている。

第2学年1組 数学科 学習指導案

日 時 平成26年11月14日（金）

場 所 2年1組教室

生 徒 男子19名 女子14名 計33名

指導者 田中 宏一

1 単元名（題材）『4章 図形の調べ方』

2 目標

- (1) 図形の性質を調べる際の論証の意義と推論の進め方に関心をもち、確かな根拠に基づき筋道を立てて考えようとする。
(観点1 数学への関心・意欲・態度)
- (2) 証明することがらについて、仮定と結論を明らかにすることができる。確かな根拠に基づいて、論理的に推論することができる。
(観点2 数学的な見方や考え方)
- (3) 平行線の性質、三角形や多角形の角の性質を用いて、角の大きさを求めることができる。三角形の合同条件を使って、簡単な図形の性質を証明することができる。
(観点3 数学的な技能)
- (4) 図形の基本的な性質や証明に関する用語・記号について説明することができる。証明の根拠として使われることがらをあげることができる。
(観点4 数量や図形などについて知識・理解)

3 指導について（◎単元全体・☆本時）

(1) 題材に関わって

◎本単元は、中学校指導要領の目標(1)「観察、操作や実験を通して、基本的な平面図形の性質を見だし、平行線の性質を基にしてそれらを確認することができるようにする。」を受け、内容ア「平行線や角の性質を理解し、それに基づいて図形の性質を確認することができること。」、内容イ「平行線の性質や三角形の角についての性質を基にして、多角形の角についての性質を見いだせることを知ること。」、目標(2)「平面図形の性質を三角形の合同条件などを基にして確かめ、論理的に考察する力を養う。」を受け、内容ア「証明の意義と方法について理解すること。」、内容イ「証明の必要性和意味及びその方法について理解すること。」をねらいとしている題材である。

☆ここでは図形の性質等を用いて角度を求めることが多い。どうしてその結果になるのか、使った性質や理由、プロセスを残すように指導し、次節の論証指導につなげたい。“なぜ”を、大事に指導を行う。

☆角度を求める問題は、何を求めるのかがはっきりとわかるので生徒にとっては取り組みやすい。そこで、その取り組みやすさを利用し、多様な説明の仕方を考えさせることで数学的な良さに触れさせたい。

☆三角形や多角形の内角の和を学習した後で、発展問題として扱われるのが本時の問題である。くさび形の1つの角度の求め方の多様性や一般化できることなど、数学的な価値の高い教材であると考ええる。

(2) 生徒に関わって

◎本クラスは、男子19名、女子14名、計33名である。全体的に明るい生徒が多く、仲もよく、教え合う雰囲気もある。授業中も真剣に問題に取り組むが、集中力が続かない面もある。また、人前で発言することに抵抗のある生徒や考えるのを簡単にあきらめる生徒もいる。

◎数学の学習能力は個人差が大きくみられ、学習活動に対して関心・意欲を示す生徒もいる一方で、基礎・基本の定着が不十分な生徒が多くいる。具体的には、平成25年に行ったNRTの結果で「平面図形」は全国平均を大きく下回っており、「空間図形」においても全国平均より下回っている。作図などの定着率が低く、その本質も理解できていない面もあった。そこで、既習事項の復習を、フラッシュカードを用いて毎時間行い、低位の生徒の不安を払拭するとともに、確実な定着を図りたい。

☆これまで個人や集団での問題解決に多くの時間を与え、だれかが出来た頃合いに発表させる形式を多くとってきた。しかし、それでは、出来上がった解答の完成品について、他の生徒はただ聞くことにな

る。また、聞く側は、他の人の考えを聞くことに終始することにもなり、自分の頭で考える機会を少なくし、完成品をそうやって解けばいいのだというような暗記になってしまうと考える。そこで、このクラスの男子を中心に、思ったことを口に出すことに抵抗が少ない生徒がいるので、教師の発問や生徒の意見の交流等によって、考えがまとまる前のもやもやした部分から取り上げ、全体場で方向性を確認し、課題を共有するように指導することで本時の課題に対応したい。

☆一人ひとりの学習への参加意欲を担保するために、説明しなければいけないように状況を作りたい。そこで、学習形態として『ジグソー学習』を取り入れる。『ジグソー学習』とは、互いに異なる事例を勉強したあとで、自分が勉強した事例のグループの代表選手として他の事例を勉強した代表選手と一緒にグループを編成し、相互の共通性や相違点を比較検討する学習方法である。それぞれ自分の勉強した事例については自分しか詳しく知っている者がいないので、他のメンバーに教える必然性が生じることになる。）

◎事前のアンケートの結果から、10名の生徒がグループになった際に特定の生徒としか関われないと回答している。また、そのうち4名は、わからない時もそのままであると回答している。そこでグループの構成や状況によっては机間指導の際に個別に声をかけるなどしたい。

(3) 研究主題に関わって

研究主題	学ぶ楽しさを実感し、積極的にかかわり合う生徒の育成 ～基礎・基本を大切にして、言語活動（表現）の充実を図る～
------	--

〈研究の成果を出すために〉

☆図形を観賞させる。(学ぶ楽しさ)

◎多様な考え方に触れさせる。(学ぶ楽しさ)

☆ジグソー学習を手段として、かかわり合わせる。(かかわり合い・言語活動)

◎フラッシュカードを用いて既習事項の確認を行う。(基礎・基本)

4 指導評価計画（14時間扱い）

(観点1 数学への関心・意欲・態度) (観点2 数学的な見方や考え方)

(観点3 数学的な技能) (観点4 数量や図形などについて知識・理解)

時間	*学習活動	・評価 ◇留意点	評価の観点			
			観点1	観点2	観点3	観点4
1	*平面上における2本の直線の位置関係について調べ、角について考察する。 *平面上における3本の直線の位置関係について調べ、角について考察する。	・対頂角について理解する。 ・対頂角が等しくなる理由を理解することができる。 ◇口頭でいいので、理由を説明させる。 ・同位角、錯角について知る。 ・平行線の同位角が等しくなる理由を説明することができる。		○		○
2	*3本の直線の位置関係から、角について考察する。	・平行線の錯角が等しくなる理由を説明することができる。 ・平行線の同位角、錯角についての練習問題を解くことができる。 ◇対頂角、平行線の同位角、錯角について、これからの学習で重要になってくるので		○		○

		練習問題で十分に理解させる。				
1	* 三角形の 3 つの角の和について調べる。 * 角の種類を知る。	・3 つの角の和が 180 度であることを論理的に説明しようとする。 ・内角の和が 180 度であることを理解することができる。 ・三角形の外角について理解することができる。 ・角の種類について理解する。		○		○
1	* 多角形の内角の和が何度であるか調べ、内角の和の求め方を一般化する。 * 多角形の外角の和が何度であるか調べ、外角の和について考察する。	・多角形の内角の和を求めることができる。 ・内角の和の求め方を一般化することができる。 ・多角形の外角の和が 360 度になることを理解することができる。 ・内角、外角の練習問題を解くことができる。		○		○
4 本時 3/4	* 平行線の角を考察する。 * くさび形の角を考察する。 * 星形五角形の角度を考察する。	・いろいろな方法で考えることができる。 ・求め方を理解することができる。 ◇求め方をまとめさせる際に理由(根拠)を意識させる。		○		○
1	* 合同な図形について調べる。 * 三角形が合同になる条件を考える。 * 合同な三角形を選ぶ。	・合同な図形の性質を知る。 ・合同な三角形を書くことができる。 ・三角形の合同条件を知る。 ◇合同条件をもとに三角形を選ぶことができるようにさせる。		○	○	
2	* 証明とそのしくみを調べる。	・仮定から結論が、どのようにして、何を根拠にして導かれるかを知る。 ・証明の仕組みについて理解することができる。		○	○	
1	* 三角形の合同条件を用いて、証明する手順を知る。	・三角形の合同条件を用いて、証明する方法を理解することができる。 ◇証明の形式に慣れさせるために、類題を多数書かせる。		○	○	
1	* これまでに学んだことを確認する。	・確認テストを行う。		○	○	○

・系統性については以下のとおりである。

<小学校>

2年：ものの形(三角形，四角形)，長方形，正方形，直角，直角三角形

3年：二等辺三角形，正三角形，角，円

4年：平行四辺形，ひし形，台形

5年：多角形や正多角形，合同な図形，三・四角形の角の和，円周率

6年：縮図，拡大図，対象な図形

<中学校>

1年：5章 平面図形（・直線と角・図形の移動・基本の作図・円とおうぎ形の性質、計量）

6章 空間図形

（・いろいろな立体・空間内の平面と直線・立体のいろいろな見方・立体の表面積・立体の体積・球の計量）

2年：4章 図形の調べ方

（・角と平行線・多角形の角・三角形の合同・証明とそのしくみ・合同条件を使った証明の進め方）

5章 図形の性質と証明

（・二等辺三角形・直角三角形の合同・平行四辺形の性質・平行四辺形になる条件・長方形、ひし形、正方形・平行線と面積）

3年：5章 図形と相似 ⇒ 6章 円の性質

5 本時の指導

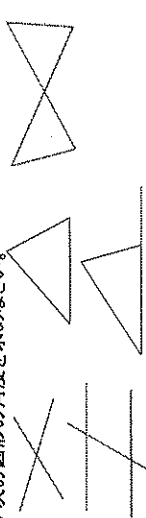
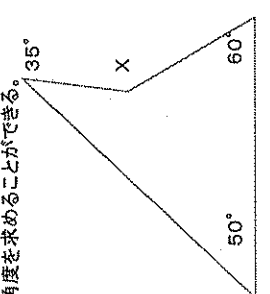
(1) 目標

- ・対頂角や平行線の錯角・同位角、三角形の内角・外角の性質、多角形の内角・外角の和等の図形の性質について、全体で確認後、それらを根拠にして角度を求めることができる。
- ・くさび形の1つの角度の求め方を理解し、他者に説明することができる。

(2) 本時の視点

- 視点①『課題提示をどのように工夫したのか。』
 課題①にすぐに取り組ませるのではなく、くさび形を観賞する時間をとる。そのことで、美しさやその中に潜む図形の多様さを感じ取らせ、活動への動機づけをねらう。
- 視点②『「かかわり合い」の目的は何か、何をねらって、どのような動きを反応を期待しているか。』
 自分が学習した内容を、相手に説明し理解してもらうことができるかどうか。表裏力の向上やそのことによって定着をはかることができるかどうか。
- 視点③『習得した知識や技能がどの場面でどんな風に表れることを狙っていたのか。』
 問題を解決する際にくさび形に補助線を入れることで隠れている基本の形が見え、それを用いて解くことができる。また、相手に説明できたり、その説明を理解できたりすること。

(3) 指導の過程

過程	学習活動	主な発問(1)と指示(▽)・予想される生徒の反応→	指導上の留意点(グループ活動の意図など)	視点	評価
導入 5分	・対頂角の性質、平行線の錯角・同位角、三角形の内角・外角の性質、多角形の内角・外角の和を使って、角度を求めることができる。	 ▽次の図形の角度を求めなさい。	・全体にカードで図形の基本的性質を示し、確認することで、忘れていた生徒に安心感を与えたい。【準備：Flashカードと掲示用シート】 ・展開時に思考する重要なヒントになるので、掲示したままにする。 ・答えだけでなく、理由を含めて言わせたい。		・図形の性質を使って角度を求めることができるか。(観察・指名)
展開 35分	・角度を求めることができる。 	▽今日はこの図形について考えます。感想は？ 「何度になると思う。」 「どうすれば角度を求められそうですか。」 「わからない。分度器で測る。補助線をひく(平行線を引く・延長する・頂点をつなぐ)など。」 (補助線の発言がない時) 「補助線が必要ですよ。どこに引けばいいでしょうか。」 ▽ジグソー学習を進めます。 ▽グループの中で考える方法を分担してください。 ▽座席を移動してください。(A・B・C・D) 「個人で考えましょう。」 ▽できた人がいれば教えてください。 「周りと相談して考えましょう。」 ▽グループで考えた方法は、一人ひとり説明できるようにプリントにまとめましょう。(説明シートに記入)	・図形を提示し、鑑賞する。 ・凹多角形と凸多角形について教える。 ・角度を提示する。 ・個人で予想することで参加意欲を高める。 ・表情を見て早い時間帯で、生徒に声をかけ、どんなことを考えているか、全体で取り上げる。 ・実測は、これまでに他の事例でやっているのではない。 ・補助線を引いて考えて発言した生徒から、どの既習事項と結びつきそうか解決への見通しを聞く。 ・補助線についての発言がない時は、これから角度を考える際に必要になる発想なので、既習事項をよりどころに、どこに引けばいいのかわかせる。直感でいう生徒もいると思うが、既習事項との関連を確認していく。 ・考えさせたい補助線の引き方が出ない時は、教師が示す場合も考えている。 ・出た意見を全体で共有し、ヒントとして板書に残す。 ・4種類の補助線のアイディアについてジグソー学習とする。	①	・考えているか。(表情を見る。)
			・A～Dの方法をグループで一人ひとり別々に分担します。 ・決まったら、同じ考えで進める者どうしのグループに移動する。 ・個人にくさび形を記入した説明シートを1枚配付する。 ・いい発想や考え方については、声を拾い、ヒントとする。全体で考えさせることもあり得る。 ・時間内で解決方法が分らない場合は、4人グループに戻って考えさせる。	③	・既習事項をよりどころに角度を求めることができるか。(学習プリント)
まとめ 10分	・自分が学習したことを他者に説明することができる。 ▽4人グループに戻って、お互いに説明してください。 ▽A・B・C・Dの順で説明しよう。 ▽練習問題に取り組みよう。 「他にも考え方がありませんか。ぜひ、興味のある人は考えて、できたら教えてください。」		・説明を確認したグループには、説明練習問題に取り組ませる。 ・それぞれの解決まで時間差が生じるので、自分の方法以外についても考えさせる。	②	・理解してもらえようように説明しているか。(説明の様子) ・練習問題

5 本時の指導

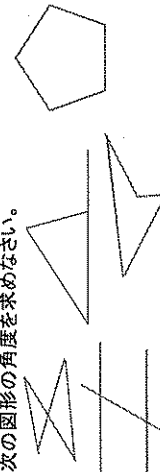
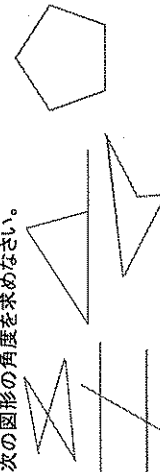
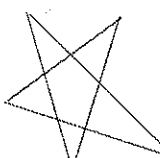
(1) 目標

- ・対頂角や平行線の錯角・同位角、三角形の内角・外角の性質、多角形の内角・外角の性質について、全体で確認後、それらを根拠にして角度を求めることができる。
- ・5つの角度の総和が 180° になることを、既習事項を手掛かりにして相談の中で理解することができる。

(2) 本時の視点

- 視点①『課題提示をどのように工夫したのか。』
課題にすぐに取り組ませるのではなく、星型五角形を鑑賞する時間をとる。そのことで、美しさやその中に潜む図形の多様さを感じ取らせ、活動への動機づけをねらいたい。また、既習事項の基本的形が隠れていることに気がつかせたい。
- 視点②『「かかわり合い」の目的は何か、何をねらって、どのような動きを反応を期待しているか。』
自分が学習した内容を、相手に説明し理解してもらうことができたかどうか。表明力の向上やそのことにより定着をはかることができたかどうか。
- 視点③『習得した知識や技能がどの場面でもどんな風に表れることを狙っていたのか。』
問題を解決する際に星型五角形に隠れている基本的形が見え、それを用いて解くことができる。また、相手に説明ができた、その説明を理解できたりすること。

(3) 指導の過程

過程	学習活動	主な発問(「」)と指示(▽)・予想される生徒の反応	指導上の留意点(グループ活動の意図など)	視点	評価
導入	・対頂角の性質、平行線の錯角・同位角、三角形の内角・外角の性質、多角形の内角・外角の和を使って、角度を求めることができる。 ▽次の図形の角度を求めなさい。 	▽これまで学習した図形の性質を全体で確認しましょう。 ▽次の図形の角度を求めなさい。 	・全体にカードで図形の性質を示し、確認することで、忘れていた生徒に安心感を与えたい。【準備: カード】 ・展開時に思考する重要なヒントになるので、掲示したままにする。 ・答えだけでなく、理由を含めて言わせたい。	・図形の性質を使って角度を求めることができるか。(観察・指名)	
	・角度の総和が 180° になることを説明することができる。  「星型五角形を見て、気づいたことを言いたい。」 「この星形の5つの角度の合計は何度になると思う。」 → 300° 、 270° 、 180° ほか 「角度の合計を求めたい。どうすれば求められるだろうか。考えてみよう。」 →角度がバラバラなので足せない。わからない。分度器で測り、たす。切り取って合わせる。 「角度を集めてみます。さて、何度でしょうか。」 「どんな場合でも 180° になるのかな。どうすれば説明できると思う。」 →わからない。わかる。(等角になる星形を作図する。補助線を引いて考える。前時のくさび形を見い出して求める。三角形の外角に角度をうつして考える。他) ▽ジグソー学習をします。AとBに分かれてください。 ▽できたと思うグループは、教えてください。 ▽グループで考えた説明は、一人ひとりがプリントにまとめよう。	・星型五角形を提示し、鑑賞する。 ・個人で予想させることで参加意欲を高める。 ・表情を見て早い時間帯で、生徒に声をかけ、どんなことを考えているか、全体で取り上げる。 ・実測は、ここまで他の事例でやっているのではない。 ・教師演示【準備】 ・表情を見て早い時間帯で、生徒に声をかけ、どんなことを考えているか、全体で取り上げる。頭の中のものやしたもの言葉にさせる。 ・難しい問題なので、教師主導で考える方向性を示すこともありうる。その時は、A: くさび形を利用する。B: 三角形の外角を利用することとする。 ・出た意見を全体で共有し、考える方向性を見出したらそれにしたがって2つのグループで考える。(グループに星形を記入したボードを配付する。)(準備: ボード6枚) ② 同じ考えを進める者どうしのグループに移動する。 ・グループで考えたことは、机間指導の際に確認し、プリントにまとめさせる。 ・いい発想や考え方については、声を拾い、ヒントとする。 ・確認したグループには、教え合いのためのリハーサルをさせたり、別な方法について考えさせる。	① ③ ③ ②	・予想できただか。(挙手) ・考えているか。(表情を見る。) ・試行錯誤しながら、 180° になっているのか。(観察) ・理解してもらえないように説明しているか。(観察)	
展開					
まとめ	・自分が学習したことを他者に説明することができる。	▽4人グループに戻って、お互いに説明をしてください。それぞれどんな考えを使ったか、聞きましょう。 「他にも考え方がありません。ぜひ、興味のある人は考えて、できたら教えて下さい。」	・それぞれ勉強した事例について自分たちしか詳しく知っていない者、そこでも、他のメンバーに教える必然性が生じるはずなので、進んで説明ができるものと考え。 ・時間の余裕があれば、全体で説明を確認する。	②	

ジグソー学習について

活動の流れ 座席 進め方

方法に分
担しよう！

A	C		B	D
B	D		C	A

①4人でA・B・C・Dの考え方を分担する。



移動

②A～Dの人でそれぞれまとまって座る。

同じ分担
の人で考
えよう！

A	A		B	B
A	A		B	B

③1人で問題を考える。

④周りとは相談し、解き方を理解する。

⑤説明できるように練習する。



元の席に戻る

仲間に説
明しよう！

A	C		B	D
B	D		C	A

⑥もとの席に戻る。

⑦自分の解き方を周りに説明する。

平成26年度 『考える力』を育む教科指導研究会

白鷹町立東中学校 教諭 横澤俊彦

【中学校数学】のテーマ

「数学のよさ、楽しさが味わえる学習指導の工夫
～生徒の気づき・発想を生かした授業づくり～」

☆ 授業の視点（11月28日の授業をもとに考えた視点）

視点1：生徒の気づき、発想を生かした学習過程の工夫

視点2：意欲的な学び合いを生む手立ての工夫

視点1について

- ・導入時に証明をする上で必要な知識（考える足場）を復習し、自信を持って取り組めるようにする。
- ・自分で考える時間の後に、ペアで疑問や悩みを教え合うことでお互いに理解を深める。
- ・一人の悩みを全体で取り上げ、考えていくことで全体の理解を深める。

視点2について

- ・教科書の中の、「みんなで話し合ってみよう」「自分の考えをまとめよう」「自分のことばで伝えよう」の問題を取り上げ、話し合ったり自分の考えを伝えたりするばかりでなく、まとめを書いて考えを深めさせる。
- ・数学の時間のペア・座席をつくり、教え合いをしやすいようにする。
- ・ペアで説明しあう場面をつくることにより、自信をもって全体の場面でも説明できるようにさせる。

第3学年1組 数学科学習指導案

平成26年10月17日（金）

男子14名 女子10名 計24名

指導者 横澤俊彦

1 単元名 円の性質

2 目標

- (1) 観察、操作などを通して、円周角の性質を調べ、円周角の定理や円周角の定理の逆を活用しようとする。
【数学への関心・意欲・態度】
- (2) 観察、操作などを通して、円周角の定理を見いだすことができ、円周角の定理をあてはめて考えることができる。
【数学的な見方や考え方】
- (3) 円周角の定理を使って、円を含む平面図形の中にある角の大きさを求めることができる。
【数学的な技能】
- (4) 円周角の定理や弧と円周角の関係、円周角の定理の逆を理解している。

【数量・図形についての知識・理解】

3 指導にあたって

(1) 題材について

三角形や四角形の性質に比べて、円の性質はこの単元ではじめて知るものである。これまでの論証指導は、例えば三角形の内角の和や平行線の性質など、小学校で学習している内容が多かった。そのため、証明する必要性は薄かったといえる。それに対し、円周角と中心角の関係は新しい内容であるから、証明する必要性を感じることができる教材といえる。また、同じ弧に対する円周角が等しいという関係は、円周角や弧の位置関係によっては直感的に等しいととらえにくいことがある。そこで、観察、操作などを重視することにより、円周角と弧や中心角の関係の理解を深め、図形について見通しをもって論理的に考察し表現する能力を伸ばすことをねらっている。

(2) 生徒について

標準学力テストの結果、図形領域については全国平均よりやや高い値である。図形については全国平均を超えている。具体的な事象を取り上げ、日常生活と関連づけて学習することや、基本的事項を繰り返して指導することでさらなる定着を図りたい。

活用する力に関わって、常に「なぜ」「何を使って考えたか」などの問いかけや、発表の中で理由や根拠を自分なりに説明することを大事にしてきた。十分に身につけているとはいえないので、足りない部分を補足する発問をしたり、繰り返して行うことで身につけさせていきたい。また、ペア学習に意欲的なので、そうした活動を取り入れ、思考を深め、根拠を明らかにしながらわかりやすく説明する力を高めていきたい。

QUテストによると侵害行為認知群や非承認群・学級不満足群・要支援群の生徒が数人ずついるため、承認得点の高い生徒と低い生徒、被侵害得点の高い生徒と低い生徒を隣に配置するなどしてペア学習を行ったり、考えを出し合う場面では特に学級生活満足群以外の生徒に発表させ、お互いに認め合い自信がつくような集団の雰囲気づくりにも配慮をしていきたい。

(3) 指導について

生徒にとって、円周角の定理の内容は初めて出会うものである。それゆえ、観察、操作や実験などの活動を通して、新しい発見の喜びを生徒が味わえるようにさせたい。単元全体の導入では、観察、操作などの活動を通して、見いだしたことがらを一般的にしながら円周角の定理に相当する内容を推測し、その特別な場合については論理的に確かめることができるようにさせたい。間違いを恐れずに自分の考えをみんなの前で発表できる生徒を目指すため、ペアで考えを話し合う場面や考えを発表する場面などを授業で多く取り入れる。自分の考えだけでなく、周りの考えも聞いて良いものを自分の新しい考えとしてまとめることができるようにするため、多様な考えを出し合える場を設ける。考えを出し合う場面で深まった考えを評価問題などで活用させていく。

4 指導計画（8時間扱い 本時は1時間目）

観点別評価の項目

- 1 数学への関心・意欲・態度 2 数学的な見方や考え方
3 数学的な技能 4 数量や図形などについての知識・理解

時数	学 習 活 動	観点別評価				評 価 規 準
		1	2	3	4	
1 (本時)	○円周角を理解し、作図などの操作活動により、円周角の定理を見つけ出すことができる。また、印をつけて定理が成り立つ理由を説明することができる。	○				・分度器、定規を使った操作活動の中から、性質を発見しようとする。
					○	・円周角の定義を理解している。
			○			・図形の性質を使って、1つの場合の円周角の定理が成り立つ理由を説明することができる。
2	○円周角の定理を証明することを知り、図を使って説明する。 ○円周角の定理を使っているような角度を求める。		○			・図形の性質を使って、円周角の定理を証明し、説明することができる。
				○		・円周角の角度を求めることができる。
3	○4点と同じ円周上にあるかどうか予想をし、それが正しいかどうか確かめる。		○			・台形の上底（下底）と平行な線分の長さの求め方を見出し、説明することができる。
				○		・台形の上底（下底）と平行な線分の長さを求めることができる。
4	○演習問題					
5	○地図を使って宝物がある場所をさがすために、どこに円の性質が使われ、どんな手順でさがせばよいか考える。			○		・円外にある1点を通るその円の作図など、円の性質を利用した作図ができる。
			○			・円周角の定理を使って考えることができる。
6	○図から相似な三角形を見つけだし、それを証明する。		○			・円の性質を用いることで図形の性質などを考えることができる。
					○	・拡大図・縮図について理解している。
7	○円に内接する星型の先端の5つの角を、それぞれ円周角の定理にあてはめ、円周角と中心角の関係を見つけだす。	○				・円の性質を用いて、星型の先端の5つの角の和を求めようとしている。
			○			・星型の先端の5つの角の和の求め方の説明ができる。
8	○演習問題					

表現する力を育成する算数・数学の授業のあり方

【取り組みの重点】

- ① 教材分析をし、身につけさせたい数学的な考え方や表現力の目標や視点を明確にする。
- ② 生徒が主体的に説明する場面を工夫し、根拠を明らかにしながら、方法や理由を筋道立てて説明できる力を育てる。
- ③ 生徒の疑問や悩みや誤答を引き出し活かすことで、どの生徒も「わかった」という納得感を高める。
- ④ “複数の問題”や“振り返る活動”を適切に位置づけ、一人一人の変容が授業に見えるようにする。

【本時に関わって】

重点②について

☆生徒が主体的に説明する場面の工夫

- ・導入時に証明をする上で必要な知識（考える足場）を復習し、自信を持って取り組めるようにする。
- ・ペアで説明しあう場面をつくることにより、自信をもって全体の場面でも説明できるようにさせる。

重点③について

☆生徒の疑問や悩みを活かした交流の工夫

- ・自分で考える時間の後に、ペアで疑問や悩みを教え合うことでお互いに理解を深める。
- ・一人の悩みを全体で取り上げ、考えていくことで全体の理解を深める。

重点④について

☆一人一人の変容が見える振り返りの工夫

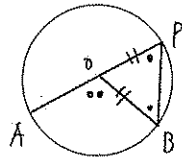
- ・授業の最後にチェックテストを行い、今日の授業がわかったという納得感を高める。また、授業の目標が達成できたかの確認を行う。

6 本時の指導

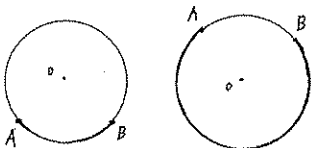
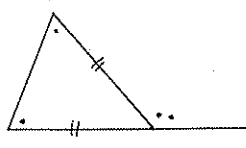
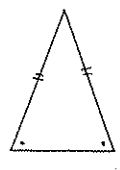
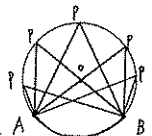
(1) 目標

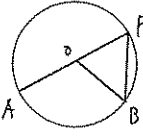
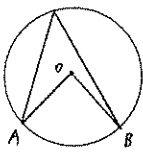
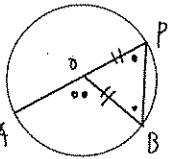
円周角の定義を理解し、作図などの操作活動により、円周角の定理を見つけ出すことができる。また、定理が成り立つ理由を、特別な1つの場合について、印をつけて説明することができる。

(特別な1つの場合)



(2) 指導過程

段階	学 習 活 動 (時間)	○主な発問 ●指示 △予想される生徒の反応	・留意点・支援 ☆評価 ◎研修テーマとの関わり
導入 5分	1 既習事項を復習する。  図に中心角をかきなさい	●復習をしましょう。  三角形の外角の定理  二等辺三角形の定理	◎円に関する既習事項(中心角と弧)と本時の考えの足場(三角形の外角の定理・二等辺三角形の定理)を全員に押さえさせたい。 ・円周角の定義を確認する。
	2 本時の学習課題を把握する。 円周角の定義：弧ABをのぞいた円周上に点Pをとった時の $\angle APB$ を、弧ABの円周角という。	○今まで円の角には中心角しかなかったが今日から円周角についても学習します。	・円周角の定義を確認する。
		○これが円周角の定義です。弧ABの円周角をつくってみて下さい。 	・1つだけでなく、たくさんつくらせる。
展開 40分		弧ABの円周角 $\angle APB$ の大きさについて、どんな性質があるか調べよう	
	3 円周角について、気づいたことをまとめる。	○どんなことがいえそうですか、見た感じで予想してください。 $\triangle A$ や B に近づくとき小さく(大きく)なる。 $\triangle$ 円周角はすべて等しい。 $\triangle$ 円周角は中心角より小さくなる ○学習プリントの弧ABの円周角 $\angle APB$ を、黒板を参考にいくつか作って、その角の大きさを調べ、どんな性質があるか見つけたことをまとめてみよう。 $\triangle$ 弧ABの円周角の大きさは、どこをとっても等しい。 $\triangle$ 円周角の大きさは中心角の半分にな	・まずは感覚的に予想を立てさせる。 ◎自分で考える時間の後に、ペアで疑問や悩みを教え合うことでお互いに理解を深める。 ☆分度器、定規を使った操作活動の中から、円周角の定理を見つけ出そうとしているか。 ・気づかなければ中心角というヒントを与える。

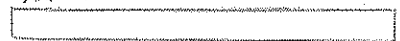
	4 図に印をつけて説明をする。 	る。 ○復習で行なったように弧ABはいろいろとれます。そのいろいろな場合でも、この性質がいえるか確かめてみましょう。 ○角度を測るといつでもいえそうな感じがですが、いつでも言えることを確かめるには何をしますか。 △証明をします。 ○今日は、きちんとした証明はしないで、印をつけて、その理由を説明することだけやります。それではこの場合について、角度を測らずに円周角は中心角の半分になる理由を印をつけて説明しましょう。印とは復習でやったような印です。 △「△OPBは、$OP=OB$の二等辺三角形になる。だから、$\angle OPB=\angle OBP$になる。 外角の性質から$\angle AOB$は、$\angle OPB$と$\angle OBP$の和になる。 だから、$\angle OPB$は$\angle AOB$の半分になるといえる。」 ○隣同士説明をしてみよう。 ○全体で発表をしてください。	・他の弧の場合もいえるのか確かめる。 ・今回の証明は図に印をつけて説明をする。記号を書いて証明することは次回行う。 ◎証明をするにあたって二等辺三角形に気付かない生徒の悩みを拾い上げ、全体に質問し、解決させたい。 ・生徒の発問に対し指導者がすぐに応えるのではなく、全体に返してみんなの疑問・理解に繋げていく。 ・復習で学んだ事を活用させる。 ◎ペアでお互いに説明させ、全体で自信をもって発表させたい。
終 末 5 分	5 確認テストをする。 ①  円周角・中心角に印をつける ③  説明できるように図に印を入れる	●チェックテストで解けるか確認をして下さい。 ② 円周角の大きさについて、今日角を測って見つけたことを書きなさい。 ①弧ABの円周角の大きさを、いろいろなところに点Pをとって調べると ②円周角の大きさと中心角の大きさを調べると ●次回は他の場合についても証明してみましよう。	◎チェックテストは全員が解けるようにさせたい。 ☆円周角の定理を、印によって説明することができたか。

学習プリント

内角の定義



今日の発見



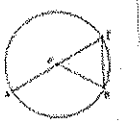
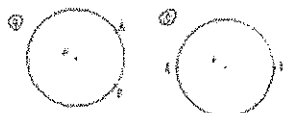
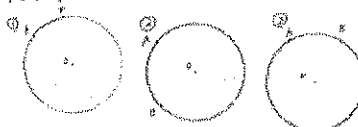
見つけた性質

チャレンジ問題

次の図で、点Pは円周上を動く。内角は中心角の半分に等しくなるか？



他の場合でも成り立つのか？

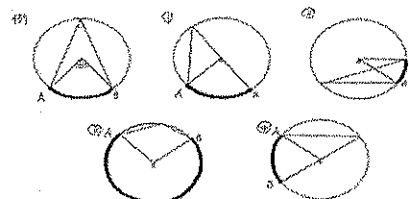


内角は

中心角の半分に等しい

チェックテスト

① 弧の中心角を θ 、内角を ϕ と表している。



② 内角の大きさは弧の中心角の半分に等しい。

③ 弧の中心角の大きさを θ 、内角の大きさを ϕ とすると $\theta = 2\phi$ となる。

④ 内角の大きさと中心角の大きさを表す。

⑤ 内角の大きさは中心角の大きさを半分に等しいことを説明するために、次のように印をつけよう。



7 成果と課題 (成果◎ 課題△)

◎気づきや発想を生かした授業を仕組むことで、さらに意欲感心に繋げることができたと実感できた。

◎1時間の流れを定めることで、生徒が次にやることははっきりしており、自分で学習を進められた。

◎全員が授業終わりのチェックテストで合格することができ、一人一人の確かな学びにつながったのではないかと考える。

◎本時の内容に関わる既習事項を復習することにより、考えの足場として新たな学びにつながっていったことはよかったと思う。

△生徒が途惑う場面では答えではなく、ヒントを与え生徒の気づきに役立たせるべきであった。

△何を問われているのか理解できていない生徒がいたので、問題提示のときに、全員が把握できるような工夫が必要だった。

△生徒の発問に対し指導者がすぐに応えるのではなく、全体に返してみんなの疑問・理解に繋げていった方がよい場面があった。

△数学のよさを毎回の授業でさらに意識して流れを組む必要があると感じた。